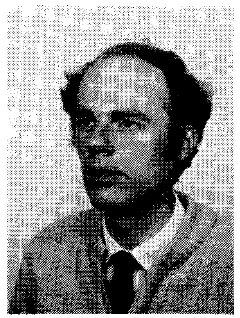
Symmetrie und Erhaltungssätze



Übersetzung* und Kommentar**
von *Lothar Jansen*

WIGNER schrieb diesen Artikel, nachdem er kurz zuvor (im Jahre 1963) den Nobelpreis für die Entdeckung und Anwendung grundlegender Symmetrieprinzipien erhalten hatte. Wenn sich auch seitdem die Vorstellungen von den fundamentalen Kräften der Natur weiterentwickelt haben, so ist dennoch dieser Aufsatz aktuell geblieben, in dem es nicht um die Beschreibung konkreter Phänomene wie etwa des Kristallaufbaus oder der Struktur der Elementarteilchen geht, sondern um die grundsätzliche Bedeutung der Symmetrie als den Naturgesetzen übergeordnete Struktur. Dies macht schon der Titel deutlich, in dem nicht nur die Symmetrie, sondern auch die daraus ableitbaren Erhaltungssätze (für Energie, Impuls, Drehimpuls) erwähnt werden.

* Der Beitrag erschien in englischer Sprache in Proc. N. A. S. (Proceedings of the National Academy of Sciences) Vol. 51(1964), S. 956 bis 965. Die Zusammenfassung der Fußnoten am Schluß des Beitrags und die Zitierweise des Autors wurden in der Übersetzung beibehalten.

** Der Kommentar besteht aus vier über den Text verteilten kurzen Absätzen, die deutlich kleiner gesetzt sind als der übrige Text, außerdem aus zwei in Klammern in den Text eingeschobenen Sätzen, die durch die Buchstaben L. J. kenntlich gemacht sind.

Einführung

Zweifellos spielten Symmetrie- und Invarianz-Betrachtungen und gerade Erhaltungssätze eine wichtige Rolle im Denken früher Physiker wie GALILEI und NEWTON, und wahrscheinlich sogar schon vor ihnen. Man hielt diese Betrachtungen jedoch nicht für besonders wichtig, und sie wurden nur selten explizit ausgesprochen. Die Newtonschen Gleichungen sind nicht in einem speziellen Koordinatensystem formuliert, und daher sind alle Richtungen und Punkte im Raum gleichberechtigt. Sie sind invariant unter Drehungen und Verschiebungen, wie man heute sagt. Das Gleiche gilt für sein Gravitationsgesetz. Dieser Tatsache und dessen, daß man sich im Geiste mögliche Naturgesetze geringerer Symmetrie vorstellen kann, war man sich kaum bewußt. Hinsichtlich der Erhaltungssätze war die Energieerhaltung nützlich, und sie wurde schon vor GALILEI in der Mechanik instinktiv erkannt.[1] Die Impuls- und Drehimpuls-Erhaltungssätze waren in ihrer vollen Allgemeinheit nicht hilfreich, obgleich sie natürlich im Spezialfall der Zentralbewegung eines der Keplerschen Gesetze geben. Die meisten der um die Jahrhundertwende und sogar noch später geschriebenen Mechanikbücher erwähnen den allgemeinen Satz von der Erhaltung des Drehimpulses nicht.[2] Er muß aber recht allgemein bekannt gewesen sein, denn diejenigen, die sich mit Drei-Körper-Problemen beschäftigten, wo er nützlich ist, schrieben ihn als selbstverständlich hin.

Was die Invarianz der Gleichungen betrifft, so änderte sich die Situation radikal, hauptsächlich als Resultat der Einsteinschen Theorien. EINSTEIN formulierte beredt die Postulate über die Symmetrie des Raumes, d. h. über die Äquivalenz der Richtungen und der verschiedenen Punkte des Raumes.[3] In modifizierter Form begründete er außerdem noch einmal die Äquivalenz bewegter und ruhender Bezugssysteme. Was die Erhaltungssätze betrifft, so wurde ihre Bedeutung offensichtlich, als – ein Resultat des Interesses an dem Bohrschen Atommodell – der Drehimpuls-Erhaltungssatz überaus wichtig wurde. Da ich diese Zeit miterlebt habe, weiß ich, daß in diesen Satz ein allgemeines Vertrauen gesetzt wurde, ebenso in die anderen Erhaltungssätze. Es gab einen tiefen Grund für dieses Vertrauen, da schon 1904 HAMEL die Beziehung zwischen den Erhaltungssätzen und den grundlegenden Symmetrien von Raum und Zeit aufgezeigt hatte.[4] (Dieser Zusammenhang ist heute unter dem Namen NoETRER-Theorem bekannt, L. J.) Obwohl seine Pionierarbeit zumindest unter Physikern praktisch unbekannt blieb, war das Vertrauen in die Erhaltungssätze so stark, als ob dies allen selbstverständlich klar gewesen wäre. Dies ist ein weiteres Beispiel dafür, daß die Intuition des Physikers von größerer Bedeutung ist als sein Wissen.

Seit der Jahrhundertwende hat sich unsere Haltung gegenüber Symmetrien fast vollständig gewandelt. Heutzutage werden nur wenige Arbeiten über grundlegende physikalische Fragen geschrieben, die sich nicht auf Invarianz-Postulate beziehen, und die Beziehung zwischen Erhaltungssätzen und Invarianz-Prinzipien ist vielleicht schon in zu großem Umfang akzeptiert.[5] Zusätzlich wurde das Konzept der Symmetrie und Invarianz auf ein neues Gebiet weiter ausgedehnt, ein Gebiet, in welchem seine Wurzeln viel weniger eng an die direkte Erfahrung und Beobachtung angelehnt sind als in dem klassischen Gebiet der Raum-Zeit-Symmetrie. Daher mag es nützlich sein, zunächst die Beziehung der Phänomene, Naturgesetze und Invarianz-Prinzipien untereinander zu untersuchen. Diese Beziehung ist nicht genau die gleiche für die klassischen Invarianz-Prinzipien, die geometrisch heißen, und die neuen, die dynamisch genannt werden. Schließlich möchte ich von einem elementareren Standpunkt aus als üblich die Beziehung zwischen Erhaltungssätzen und Invarianz-Prinzipien besprechen.

Ereignisse, Naturgesetze, Invarianz-Prinzipien

Das Problem der Beziehung dieser Konzepte ist nicht neu, es hat die Menschen seit langem gefesselt, zunächst fast unbewußt. Es kann interessant sein, es im Lichte unserer größeren Erfahrung und unseres, wie wir hoffen, ausgereifteren Verständnisses zu betrachten.
In einem sehr abstrakten Sinne gibt es eine große Ähnlichkeit zwischen der Beziehung der Naturgesetze zu den Ereignissen einerseits und der Beziehung der Symmetrie-Prinzipien zu den Naturgesetzen andererseits. Lassen Sie mich mit der ersten Beziehung beginnen, der der Naturgesetze zu den Ereignissen. Wenn wir die Position eines Planeten zu jeder beliebigen Zeit wüßten, so bliebe für die Naturgesetze nichts mehr übrig, was sie uns über die Planetenbewegung sagen könnten. Dies gilt auch noch allgemeiner: Besäßen wir eine vollständige Kenntnis aller Ereignisse in der Welt, überall und zu allen Zeiten, so wären physikalische Gesetze oder tatsächlich die aller anderen Wissenschaften nutzlos. Ich stelle die wohl einleuchtende Behauptung auf, daß die Gesetze der Naturwissenschaften nützlich sind, da wir ohne sie noch weniger über die Welt wüßten. Wenn wir die Stellung des Planeten zu allen Zeiten schon kennen würden, dann wären die mathematischen Beziehungen zwischen diesen Stellungen, die die Planetengesetze liefern, nicht nützlich, sondern höchstens interessant. Sie könnten uns ein gewisses Vergnügen und Erstaunen beim Betrachten geben, selbst wenn sie uns keine neuen Informationen brächten. Wenn jemand daherkäme, der andere Informationen über die Stellung dieses Planeten hätte, so könnten wir ihm vielleicht auch erfolgreich widersprechen, wenn seine Aussagen über die Stellungen nicht konform mit den Planetengesetzen wären, vorausgesetzt, wir haben zu den in den Planetengesetzen enthaltenen Naturgesetzen Vertrauen.

Wir wollen uns nun der Beziehung der Symmetrie- oder Invarianz-Prinzipien zu den Naturgesetzen zuwenden. Wenn wir ein Naturgesetz kennen, wie z. B. die Gleichungen der Elektrodynamik, so fügt die Kenntnis der feinen Eigenschaften dieser Gleichungen nichts zum Inhalt dieser Gleichungen hinzu. Es kann interessant sein, festzustellen, daß die Beziehung zwischen Ereignissen, die die Gleichungen vorhersagen, die gleichen sind, unabhängig davon, ob die Ereignisse von einem ruhenden Beobachter betrachtet werden oder von einem gleichmäßig bewegten Beobachter. Jedoch sind alle Beziehungen zwischen Ereignissen schon durch die Gleichungen selbst gegeben, und die vorher erwähnte Beobachtung der Invarianz der Gleichungen vermehrt nicht die Zahl und ändert nicht den Charakter der Gleichungen.
Allgemeiner: Wenn wir alle Naturgesetze oder das letzte Naturgesetz kennen würden, so gäben uns die Invarianzeigenschaften dieser Gesetze keine neuen Informationen. Sie könnten uns ein gewisses Vergnügen und Erstaunen beim Betrachten geben, obgleich sie uns keine Informationen brächten. Wenn jemand daherkäme, um ein anderes Naturgesetz zu postulieren, so könnten wir ihm vielleicht auch erfolgreicher widersprechen, wenn sein Naturgesetz sich nicht mit unserem Invarianz-Prinzip verträgt – vorausgesetzt, wir haben Vertrauen in das Invarianz-Prinzip.
Natürlich ist die vorangegangene Diskussion der Beziehung der Naturgesetze zu den Ereignissen und der Symmetrie oder Invarianz-Prinzipien zu den Naturgesetzen nur sehr oberflächlich. Viele, viele Seiten könnte man darüber schreiben. Soweit ich sehen kann, würden die neuen Aspekte, die auf diesen Seiten behandelt würden, nicht die Ähnlichkeit der beiden Beziehungen zerstören, d. h. die Ähnlichkeit zwischen der Beziehung der Naturgesetze zu den Ereignissen und der Beziehung der Invarianz-Prinzipien zu den Naturgesetzen. Sie würden jedoch eine Stütze und Bekräftigung der Funktion der Invarianz-Prinzipien sein, eine Gliederung oder einen Zusammenhang für die Naturgesetze zu liefern, ebenso wie die Naturgesetze eine Gliederung und einen Zusammenhang für die Menge der Ereignisse liefern.

Geometrische und dynamische Invarianz-Prinzipien

Was ist der Unterschied zwischen den alten und gut begründeten geometrischen Invarianz-Prinzipien und den neuen, dynamischen? Die geometrischen Prinzipien werden, obgleich sie den Naturgesetzen eine Gliederung geben, im Zusammenhang mit den Ereignissen selbst formuliert. So besagt die Zeitverschiebungsinvarianz, genau formuliert: Die Beziehung zwischen Ereignissen hängt nur von den Zeitintervallen zwischen den Ereignissen, nicht aber von der Zeit ab, an der das erste Ereignis stattfindet. Wenn P_1, P_2, P_3 Lagen sind, die der vorher erwähnte Planet zu den Zeiten t_1, t_2, t_3 annehmen kann, so könnte er diese Lagen auch zu den Zeitpunkten $t_1 + t$, $t_2 + t$, $t_3 + t$ annehmen, wobei t völlig willkürlich gewählt ist. Andererseits werden die neuen dynamischen Invarianz-Prinzipien im Zusammenhang mit den Naturgesetzen formuliert. Sie beziehen sich mehr auf spezielle Arten der Wechselwirkung als auf irgendeinen Zusammenhang zwischen den Ereignissen. Daher sagen wir, die elektromagnetische Wechselwirkung sei eichinvariant und beziehen uns dabei auf ein spezielles Naturgesetz, das die Erzeugung des elektromagnetischen Feldes durch Ladungen regelt sowie den Einfluß des elektromagnetischen Feldes auf die Bewegung der Ladungen.

Es folgt, daß die dynamischen Invarianztypen auf der Existenz spezieller Wechselwirkungsarten beruhen. Wir erinnern uns alle daran, gelesen zu haben, daß man vor langer Zeit hoffte, alle Wechselwirkungen von mechanischen Wechselwirkungen herleiten zu können. Einige von uns erinnern sich noch daran, daß man zu Beginn dieses Jahrhunderts die elektromagnetische Wechselwirkung für die Quelle aller anderen hielt. Es war dann notwendig, die Gravitations-Wechselwirkung wegzudiskutieren, und in der Tat konnte dies ziemlich erfolgreich getan werden. Heute kennen wir vier oder fünf verschiedene Arten der Wechselwirkung: Die Gravitationswechselwirkung, die elektromagnetische, ein oder zwei Arten der starken (d. h. Kern-) Wechselwirkung und schwache Wechselwirkung, die für den β-Zerfall, den Zerfall des μ-Meson und einige Phänomene verantwortlich ist. Daher müssen wir zumindest zeitweise die schwache Hoffnung auf eine einzige grundlegende Wechselwirkung aufgeben. Weiterhin hat jede Wechselwirkung eine dynamische Invarianz-Gruppe, so wie die Eichgruppe im Fall der elektromagnetischen Wechselwirkung.

Heute ist die Hoffnung auf eine einzige grundlegende Wechselwirkung wieder sehr stark geworden. Es ist gelungen, eine einheitliche Theorie der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung aufzustellen, das sogenannte WEINBERG-SALAM-Modell. Die Einbeziehung der starken und der Gravitationswechselwirkung bereiten aber noch große Schwierigkeiten. Eine Beschreibung dieser modernen Eichtheorien findet man bei G. THOOFT, Spektrum der Wissenschaft 8 (1980), S. 92, sowie in den Vorträgen anläßlich der Verleihung des Nobelpreises an S. L. GLASHOW, A. SALAM und S. WEINBERG, Review of Modern Physics 52 (1980), S. 515.

Dies ist jedoch der Umfang unseres Wissens. Andererseits wollen wir nicht vergessen, daß das Problem der Wechselwirkungen immer noch mysteriös ist. UTIYAMA[6] hat eine fruchtbare gedankliche Methode entwickelt, wie man die Wechselwirkung selbst errät, wenn ihre Gruppe bekannt ist. Aber wir haben

keine Möglichkeit, die Gruppe im voraus zu bennenen; wir haben keine Möglichkeit zu sagen, wie viele Gruppen und damit wie viele Wechselwirkungen es gibt. Die Gruppen scheinen ziemlich zusammenhanglos zu sein, und es scheint keine Verbindung zwischen den verschiedenen Gruppen zu bestehen, die die einzelnen Wechselwirkungen charakterisieren, oder zwischen diesen Gruppen und der geometrischen Symmetrie-Gruppe, die eine einzige, gut definierte Gruppe darstellt, die uns seit vielen, vielen Jahren geläufig ist.

Geometrische Invarianz-Prinzipien und Erhaltungssätze

Da es gut ist, solange wie möglich in der terra cognita zu bleiben, wollen wir zuerst die geometrischen Invarianz-Prinzipien besprechen. Diese wurden zuerst von POINCARE erkannt, und ich möchte die von diesen Invarianten gebildete Gruppe Poincare-Gruppe nennen. Die wahre Aussage und Bedeutung dieser Prinzipien wurden erst von EINSTEIN herausgebracht, in seiner speziellen Relativitätstheorie. Die Gruppe enthält zunächst Raum- und Zeit-Verschiebungen. Das heißt, daß die Beziehungen zwischen Ereignissen überall und zu allen Zeiten die gleichen sind, daß die Naturgesetze, die Zusammenfassung der Beziehungen, die gleichen bleiben, egal wann und wo sie aufgestellt wurden. Wäre dies nicht so, so könnte es dem menschlichen Geist unmöglich gewesen sein, die Naturgesetze zu finden.

Es ist gut, sich an dieser Stelle bewußt zu sein, daß die Naturgesetze, d. h. die Beziehungen zwischen Ereignissen, die Größen sind, auf die die Symmetrieforderungen anzuwenden sind, und nicht die Ereignisse selbst. Natürlich sind die Ereignisse von Ort zu Ort verschieden. Wenn man jedoch die Lage eines geworfenen Steins zu drei verschiedenen Zeiten beobachtet, so findet man eine Beziehung zwischen diesen Lagen, und diese Beziehung bleibt für alle Orte auf der Erde gleich.

Die zweite Symmetrie ist überhaupt nicht so selbstverständlich wie die erste: Sie postuliert die Äquivalenz aller Richtungen. Dies Prinzip konnte erst erkannt werden, als man verstand, daß der Einfluß der Erdanziehung verantwortlich ist für den Unterschied zwischen oben und unten. Mit anderen Worten, entgegen zu dem, was gerade gesagt wurde: Die Ereignisse, zwischen denen die Naturgesetze eine Beziehung herstellen, sind nicht die drei Lagen des Steins, sondern die drei Lagen des Steins relativ zur Erde.

Die letzte Symmetrie – die Unabhängigkeit der Gesetze der Natur von dem Bewegungszustand, in dem sie beobachtet werden, solange dieser nur gleichförmig ist – ist für einen unvoreingenommenen Betrachter überhaupt nicht offensichtlich.[8] Eine der Konsequenzen daraus ist, daß die Naturgesetze nicht die Geschwindigkeit, sondern die Beschleunigung eines Körpers bestimmen; die Beschleunigung bleibt gleich, solange die Bewegung der Bewegungssy-

steure gegeneinander gleichförmig ist. Daher konnte sich das Prinzip von der Äquivalenz gleichförmig bewegter Bewegungssysteme und ihrer Äquivalenz mit einem ruhenden Bewegungssystem nicht durchsetzen, bevor nicht das zweite Newtonsche Gesetz verstanden war; es wurde dann schlagartig erkannt, von NEWTON selbst. Es geriet zeitweise in Verruf aufgrund gewisser elektromagnetischer Phänomene, bis EINSTEIN es in einer etwas modifizierten Form neu begründete.
Es wurde schon erwähnt, daß die Erhaltungssätze für Energie und Impuls und Drehimpuls direkte Folgerungen der gerade aufgeführten Symmetrien sind. Am einsichtigsten ist dies in der Quantenmechanik, wo sie direkt aus der Kinematik der Theorie folgen, ohne Benutzung dynamischer Gesetze, wie der Schrödinger-Gleichung. Dies wird sofort gezeigt werden. Die Situation ist in der klassischen Theorie viel komplexer, und in der Tat, der einfachste Beweis der Erhaltungssätze in der klassischen Theorie basiert auf der Bemerkung, daß die klassische Theorie ein Grenzfall der Quantentheorie ist. Somit gilt jede in der Quantentheorie für jeden Wert der Planckschen Konstante h gültige Gleichung auch im Grenzfall h = 0. Spuren dieser Überlegung lassen sich auch in den allgemeinen Betrachtungen finden, die die Verbindung zwischen Erhaltungssätzen und Raum-Zeit-Symmetrien in der klassischen Theorie aufzeigen. Die Erhaltungssätze können auch elementar abgeleitet werden, unter der Benutzung der dynamischen Gleichung, d. h. des zweiten Newtonschen Gesetzes, und der Annahme, daß die Kräfte aus einem Potential hergeleitet werden können, das nur von den Abständen zwischen den Teilchen abhängt. Da der Begriff des Potentials kein sehr natürlicher ist, ist dies nicht der normale Weg. MACH z. B. nimmt an, daß die auf ein Teilchen wirkende Kraft die Summe der von anderen Teilchen herrührenden Kräfte ist.[9] Solch eine Annahme ist auch implizit im dritten Newtonschen Gesetz enthalten, sonst hätte der Begriff der Gegenkraft keine Bedeutung. Zusätzlich nimmt MACH an, daß die Kraft nur von den Positionen der wechselwirkenden Partner, nicht von ihren Geschwindigkeiten abhängt. Eine solche Annahme ist in der klassichen Theorie tatsächlich nötig.[10] Unter den erwähnten Annahmen folgt Sie Erhaltung des Linearimpulses sofort aus NEWTONS drittem Gesetz, und andersherum ist das dritte Gesetz notwendig für die Erhaltung des Linearimpulses. Dies alles hat schon NEWTON gewußt. Für den Drehimpulserhaltungssatz, der in seiner allgemeinen Form fast 60 Jahre nach den Principia durch EDLER, BERNOUILLI und a'ARAAY entdeckt wurde, ist die Bedeutung der Isotropie des Raumes offensichtlich. Wäre die Richtung der Kraft zwischen einem Paar von Teilchen nicht längs der Verbindungslinie des einen Teilchens zum anderen gerichtet, so wäre sie nicht invariant unter Rotationen um diese Linie. Unter den getroffenen Vereinbarungen sind somit nur Zentralkräfte möglich. Da das Drehmoment solcher

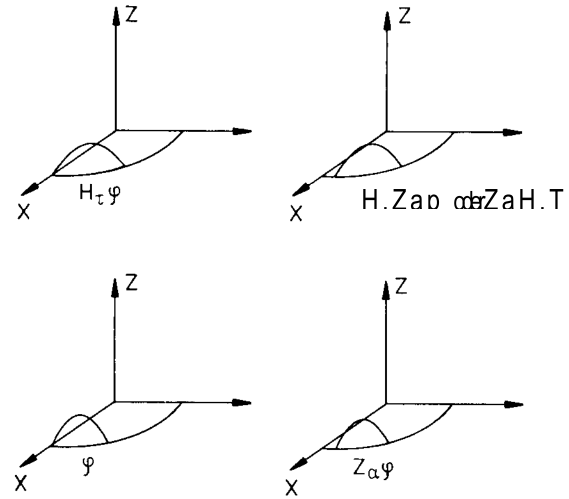


Bild 1

Kräfte verschwindet, wenn sie entgegengesetzt gleich sind, folgt der Drehimpuls-Erhaltungssatz. Er würde nicht folgen, wenn die Kräfte von der Lage von drei oder noch mehr Teilchen abhingen.
In der Quantenmechanik folgen, wie schon erwähnt, die Erhaltungssätze schon aus den grundlegenden kinematischen Konzepten. Der Witz ist einfach, daß die Zustände der Quantenmechanik Vektoren eines abstrakten Raumes sind, und die physikalischen Größen wie Ort, Impuls usw. Operatoren auf diesen Vektoren sind. Es folgt dann z. B. aus der Rotationsinvarianz, daß zu einem gegebenen Zustand N ein anderer Zustand (P_a existiert, der in dem Bewegungssystem, das man durch eine Rotation a um die z-Achse erhält, genau so aussieht wie W. Wir wollen den Operator, der N auf $^{W}P_a$ abbildet, mit Z_a bezeichnen. Weiterhin wollen wir den Zustand, in den P im Zeitintervall t übergeht, mit $1\text{-}_{TI}P$ bezeichnen (eine schematische Skizze gibt *Bild 1).* Wegen der Rotationsinvarianz wird `,, im gleichen Zeitintervall in den Zustand $H_{r(pa}$ übergehen, der in dem zweiten Bezugssystem wie $_{HT9}$ aussieht. Daher kann er aus WP durch die Operation $Z_{,r}$ erhalten werden. Es folgt, daß

$$H_T Z_a P = Z_{\ddot{u}} H\, {}^{I}P \text{ ist,} \tag{1}$$

und da dies für jedes N gilt, ist

$$H_T Z_a = Z_a H_T \tag{2}$$

Somit kommutiert der Operator T_a mit H_T, und dies ist die Bedingung dafür,

daß er erhalten bleibt. Tatsächlich ist der Drehimpuls um die z-Achse der Limes von ([1]) (Z_a — 1) für infinitesimal kleine a. Die übrigen Erhaltungssätze a werden in der gleichen Weise abgeleitet. Der Witz ist, daß die Transformationsoperatoren, oder zumindest die infinitesimalen darunter, eine Doppelrolle spielen und selbst die erhaltenen *Größen* sind.
Dies soll die Diskussion der geometrischen Invarianzprinzipien beschließen. Beachten Sie bitte, daß Überlegungen, die inter alia auf den Begriff der Parität führen, nicht erwähnt wurden; ebenso habe ich nichts über das offensichtlich viel allgemeinere geometrische Invarianzprinzip gesagt, das die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie bildet. Der Grund für die erste Auslassung ist, daß wir den Spiegelungsoperator am Ende der Diskussion betrachten werden. Der Grund, warum ich nichts über die Invarianz gegenüber den allgemeinen Koordinatentransformationen der Allgemeinen Relativitätstheorie gesagt habe, liegt darin, daß ich glaube, daß die zugrunde liegende Inverianz nicht geometrisch, sondern dynamisch ist. Lassen Sie uns daher die dynamischen Invarianzprinzipien betrachten.

Dynamische Invarianzprinzipien

Wenn wir uns mit dynamischen Invarianzprinzipien befassen, so sind wir weit in der terra incognita. Dennoch, da einige Versuche, diese Prinzipien abzuleiten, sowohl scharfsinnig als auch erfolgreich sind, und da dieser Gegenstand im Zentrum unseres Interesses liegt, möchte ich gern einige Anmerkungen machen. Lassen Sie uns mit dem Fall beginnen, der am besten verstanden ist, mit der elektromagnetischen Wechselwirkung.
Zur Beschreibung der Wechselwirkung von Ladungen mit dem elektromagnetischen Feld führt man zuerst neue Größen zur Beschreibung des elektromagnetischen Feldes ein, die sogenannten elektromagnetischen Potentiale. Aus diesen lassen sich die Komponenten des elektromagnetischen Feldes leicht berechnen, aber nicht umgekehrt. Weiterhin sind die Potentiale durch die Felder nicht eindeutig bestimmt; verschiedene Potentiale (diejenigen, die sich um einen Gradienten unterscheiden) geben das gleiche Feld. Daraus folgt, daß die Potentiale nicht meßbar sein können, und in der Tat, nur solche Größen können meßbar sein, die invariant unter den Transformationen sind, die beim Potential beliebig sind. Diese Invarianz ist natürlich eine künstliche, ähnlich wie die, die wir erhalten können, wenn wir in unseren Gleichungen Platz für einen Geist schaffen. Die Gleichungen müssen invariant sein in Hinblick auf Änderungen der Koordinate dieses Geistes. Man sieht in der Tat nicht, welchen Nutzen die Einführung der Koordinate des Geistes mit sich bringt.

Als Geister bezeichnet man Teilchen, die sich prinzipiell nicht beobachten lassen. Die Einführung solcher nichtphysikalischer Teilchen kann als Rechentrick recht nützlich sein, aber die Ergebnisse der Physik müssen von der Einführung oder Nichteinführung der Geister unabhängig sein.

So ist es auch mit dem Ersatz der Felder durch Potentiale, solange man alles andere unverändert läßt. Man postuliert jedoch, und das ist der ausschlaggebende Punkt, daß man, um die gleiche Situation beizubehalten, eine Transformation des Materiefeldes mit jedem Übergang verknüpfen muß, der von einer Menge von Potentialen auf eine andere führt, die das gleiche elektromagnetische Feld liefert. Die Kombination dieser beiden Transformationen, eine für das elektromagnetische Feld und die andere für das Materie-Feld, nennt man eine Eichtransformation. Da sie die physikalische Situation unverändert läßt, muß jede Gleichung darunter invariant sein. Dies gilt z.B. nicht für die unveränderten Bewegungsgleichungen, und diese hätten, ließe man sie ungeändert, die absurde Eigenschaft, daß zwei zu einer Zeit völlig äquivalente Situationen sich im Laufe der Zeit in zwei unterscheidbare Situationen entwikkeln würden. Daher müssen die Bewegungsgleichungen modifiziert werden, und dies kann man am leichtesten mit einem mathematischen Trick tun, den man Modifikation der Lagrangefunktion nennt. Die einfachste Modifikation, die die Invarianz wiederherstellt, gibt die anerkannten Gleichungen der Elektrodynamik, die mit aller Erfahrung gut übereinstimmen.
Lassen Sie mich als nächstes, ohne Details anzugeben, feststellen, daß eine ähnliche Vorgehensweise im Hinblick auf die Gravitationswechselwirkung möglich ist. Tatsächlich wurde dies schon von UTIYAMA angemerkt.[11] Die unnötige Komplikation, die man in diesem Fall einführen muß, sind verallgemeinerte Koordinaten an Stelle von Potentialen. Die Gleichungen müssen invariant in Hinblick auf alle Koordinatentransformationen der Allgemeinen Relativitätstheorie sein. Dies änderte nichts am Inhalt der Theorie, liefe aber auf die Einführung einer flexiblen Sprache heraus, in der es verschiedene äquivalente Beschreibungen der gleichen physikalischen Situation gibt. Zunächst fordert man jedoch, daß sich das Materie-Feld wie das metrische Feld transformiert, so daß man die Gleichungen modifizieren muß, um ihre Invarianz zu erhalten. Die einfachste Modifikation, oder eine der einfachsten, führt auf die Einsteinschen Gleichungen.
Die vorangegangene Interpretation der Invarianz der Allgemeinen Relativitätstheorie interpretiert diese nicht als geometrische Invarianz. Darauf, daß man dies nicht tun sollte, hat schon der russische Physiker Fock hingewiesen.[12] Etwas übervereinfacht kann man sagen, daß eine geometrische Invarianz verlangt, daß zwei physikalisch verschiedene Situationen, so wie die in Bild 1, sich im Laufe der Zeit zu Situationen entwickeln, die sich in der gleichen Weise

unterscheiden. Dies ist hier nicht der Fall: Das Postulat ist lediglich, daß zwei verschiedene Beschreibungen der gleichen Situation sich im Laufe der Zeit zu zwei Beschreibungen entwickeln, die ebenso die gleiche physikalische Situation beschreiben. Die Ähnlichkeit mit dem Fall der elektromagnetischen Potentiale ist offensichtlich.
Unglücklicherweise ist die Situation im Falle der anderen Wechselwirkungen keineswegs die gleiche. Man weiß nur sehr wenig über die schwächere der starken Wechselwirkungen. Die starke und ebenso die schwache Wechselwirkung hat eine Gruppe, die zunächst sehr viel kleiner ist als die Eichgruppe, oder die Gruppe der allgemeinen Koordinatentransformationen.[13] An Stelle der unendlich vielen Generatoren der Eichgruppe und der allgemeinen Transformationsgruppe haben sie nur eine endliche Zahl von Generatoren, nämlich acht.

Inzwischen weiß man, daß auch die starke und die schwache Wechselwirkung eine Eichgruppe besitzen. Dies hebt den Unterschied zwischen den angesprochenen dynamischen Invarianzgruppen auf. Siehe auch die im Kommentar schon zitierten Beiträge von
T'HOOFT und WEINBERG et al.

Dennoch reichen sie aus, um in großem Umfang die Form der Wechselwirkung zu bestimmen und um einige Sätze abzuleiten, ähnlich denen der Spektroskopie, die genäherte Beziehungen wzischen Reaktionsraten und Energien bzw. Massen geben. *Bild 2* zeigt das Oktuplett der schweren Massen; seine Elemente sind miteinander durch die einfache nichttriviale Darstellung der zu-

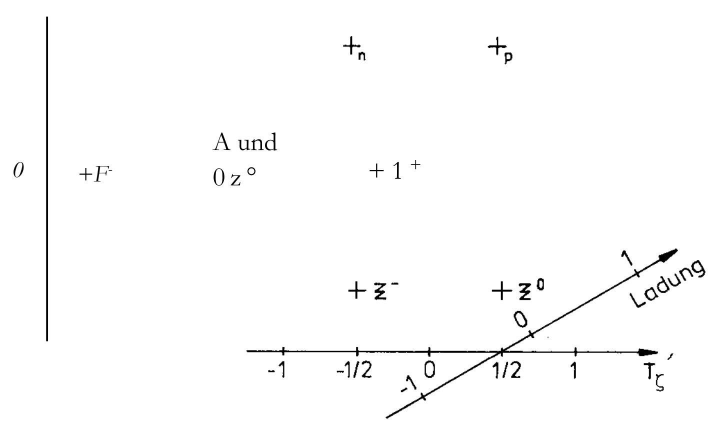


Bild 2

grundeliegenden Gruppe verbunden, die zu ihrer konjugiert komplexen äquivalent ist.
Ein weiterer Unterschied zwischen der Invarianzgruppe der elektromagnetischen und der Gravitations-Wechselwirkung einerseits und zumindest der Invarianzgruppe der starken Wechselwirkung andererseits liegt darin, daß die Operationen der ersteren gültige Symmetrieoperationen bleiben, selbst wenn die Existenz weiterer Wechselwirkungstypen in Betracht gezogen wird. Die Symmetrie der starken Wechselwirkung andererseits ist „gebrochen" durch die übrigen Wechselwirkungen, d.h. die Gruppenoperationen der starken Wechselwirkung sind nur dann gültige Symmetrieoperationen, wenn die übrigen Arten der Wechselwirkung vernachlässigt werden können. Die Symmetriegruppe hilft in jedem Fall, den Wechselwirkungsoperator zu bestimmen. Während jedoch alle Wechselwirkungen unter der Gruppen der elektromagnetischen und Gravitationswechselwirkungen invariant sind, ist die starke Wechselwirkung nur unter der Gruppe eben dieser Wechselwirkung invariant. Wir haben vorher gesehen, daß die Operationen der geometrischen Symmetriegruppe Erhaltungssätze mit sich bringen. Natürlich stellt sich die Frage, ob dies auch für die Operationen der dynamischen Symmetriegruppen gilt. Wiederum scheint es einen Unterschied zwischen den verschiedenen dynamischen Invarianzgruppen zu geben. Man ist allgemein überzeugt, daß der Erhaltungssatz für die elektrische Ladung als Konsequenz der Eichinvarianz, d.h. der Gruppe der elektromagnetischen Wechselwirkung, aufgefaßt werden kann. Andererseits kann man über die Erhaltungssätze, die der dynamischen Gruppe der Allgemeinen Relativitätstheorie zuzuordnen wären, nur spekulieren. Wiederum scheint es sinnvoll zu sein, anzunehmen, daß man die Erhaltungssätze für Baryonen und Leptonen mit Hilfe der starken und schwachen Wechselwirkung ableiten kann.[14] Stimmt dies, so hieße das, daß die eigentlichen Gruppen dieser Wechselwirkung noch nicht erkannt sind. Man kann zwei Belege für die letzte Behauptung anführen. Zunächst konnten die zur Debatte stehenden Erhaltungssätze[15] bis jetzt nicht aus den Symmetrieeigenschaften dieser Wechselwirkungen abgeleitet werden, und es ist unwahrscheinlich, daß sie daraus hergeleitet werden können.[16] Zweitens gelten die zur Debatte stehenden Symmetrieeigenschaften nicht exakt, sondern sie werden durch die anderen Wechselwirkungen gebrochen. Es ist nicht klar (siehe den im Kommentar schon zitierten Artikel von WEINBERG et al., L.J.), wie exakte Erhaltungssätze aus angenäherten Symmetrien folgen können, und aller Anschein weist darauf hin, daß die Baryonen- und Leptonen-Erhaltungssätze exakt sind.[17] Wiederum werden wir daran erinnert, daß unsere Vorstellungen von den dynamischen Invarianzprinzipien bei weitem nicht so fest begründet sind wie die von den geometrischen.

Lassen Sie mich eine abschließende Bemerkung über ein Prinzip machen, das ich ohne zu zögern ein Symmetrieprinzip nennen würde, und das einen Übergang zwischen geometrischen und dynamischen Prinzipien bildet. Dies ist durch die crossing-Relation gegeben.[18] Lassen Sie uns die Amplitude für die Wahrscheinlichkeit irgendeiner Streuung wie

A + B + . . . - ~ X + Y + . . . (3)

betrachten. Dies wird eine Funktion der Invarianten sein, die aus den Vierervektoren der ein- und ausfallenden Teilchen gebildet werden können. Es folgt dann aus einem der Spiegelungsprinzipien, die ich nicht diskutiere, nämlich der „Zeit-Umkehr-Invarianz", daß die Amplitude von (3) auch die Amplitude der inversen Reaktion

X + Y + . . . - - > A + B + . . . (4)

in sehr einfacher Weise bestimmt. Wenn man alle die Geschwindigkeiten umkehrt und Vergangenheit und Zukunft vertauscht (was die Definition der „ Zeit-Umkehr" ist), so geht (4) in (3) über, so daß beider Amplituden im wesentlichen gleich sind. Ähnlich verhält es sich, wenn wir das Antiteilchen von A mit Ä, das von B mit B̄ und so weiter bezeichnen und die Reaktion

A + + . . . – ~ X + + . . . (5)

betrachten; ihre Amplitude ist dann sofort durch (3) gegeben, da (gemäß der Interpretation von LEE und YANG) die Reaktion (5) aus (3) durch Raumspiegelung hervorgeht. Die Amplitude für

++... 1 4 + B + . . . (6)

läßt sich in ähnlicher Weise erhalten. Die Relationei zwischen den Amplituden der Reaktionen (3), (4), (5) und (6) sind Konsequenzen geometrischer Invarianzprinzipien.

Man kann jedoch noch weiter gehen. Die crossing-Relationen sagen uns, wie man z.B. die Amplitude für

X + B + . . . - - › Ä+Y+. (7)

aus dem Amplitudensystem (3) berechnet. Ganz sicher ist die Rechnung oder ihr Resultat überhaupt nicht mehr einfach. Man muß die Abhängigkeit der Reaktionsamplitude für (3) als analytische Funktion der aus den Impulsen der Teilchen in (3) gebildeten Invarianten betrachten und diese analytische Funktion zu solchen Werten der Variablen fortführen, die keine physikalische Bedeutung für die Reaktion (3) haben, aber die Amplitude für (7) geben. Offensichtlich gibt es eine Reihe weiterer Reaktionen, deren Amplituden

ähnlich gewonnen werden können; man erhält sie alle durch analytische Fortführung der Amplitude für (3) oder irgendeiner an deren Reaktion. Statt A und X zu vertauschen, um (7) zu erhalten, könnten A und Y vertauscht werden, und so fort.

Die crossing-Relationen haben zwei Eigenschaften mit den geometrischen Invarianzprinzipien gemeinsam: Sie beziehen sich nicht auf irgendeinen speziellen Wechselwirkungstyp, und die meisten von uns glauben, daß sie unbegrenzte Gültigkeit haben. Obgleich sie andererseits in Ereignistermen formuliert werden können, setzt ihre Formulierung die Festsetzung eines Naturgesetzes voraus, nämlich den mathematischen, vielmehr analytischen Ausdruck für die Streuamplituden der vorher erwähnten Reaktionen. Man kann hoffen, daß sie helfen werden, eine Verbindung zu schaffen zwischen den jetzt noch getrennten geometrischen und dynamischen Invarianzprinzipien.

Fußnoten und Literaturangaben

1) G. HAMEL erwähnt in seiner Theoretischen *Mechanik* (B. G. Teubner 1912, S. 130), JORDANUS DE NEMORE (—1300) habe wesentliche Züge dessen erkannt, was wir heute mechanische Energie nennen, und LEONARDO DA vINC1 habe die Unmöglichkeit des Perpetuum Mobile postuliert.
2) Die *History of Physics* von F. CAIORI (New York: Macmillan Company, 1929) widmet ihm genau eine halbe Zeile (S. 108).
3) Siehe z. B. das halbpopuläre Büchlein Relativitätstheorie (Braunschweig: Friedr. Vieweg und Sohn, verschiedene Ausgaben, 1916 bis 1956).
4) G. HAMEL, Z.Math. *Phys., 50, 1 (1904);* F. ENGEL, Ges. d. Wiss. Göttingen, 270 (1916).
5) Siehe den Artikel dieses Autors, *Progr.* Theoret. *Phys.,* 11, 437 (1954); ebenso Y.MURAI, *Progr.* Theoret. *Phys.,* 11, 441 (1954); und etwas neueren Datums D. M. GREENBERGER, Ann. *Phys.* (N. Y) 25, 290 (1963).
6) R. UTIYAMA, *Phys. Rev.,* 101, 1597 (1956); ebenso C. N. YANG und R. L. MILLs, *Phys.* Rev., 96, 191 (1954).
7) H. POINCARr, Compt. Rend., 140, 1504 (1905); *Rend.* Circ. Mat. Palermo, 21, 129 (1906).
8) So postuliert die Aristotelische Physik, daß die Bewegung notwendigerweise die kontinuierliche Einwirkung einer Ursache verlangt. Daher kämen alle Körper zur absoluten Ruhe, wenn sie frei würden von der Ursache, die ihnen eine Geschwindigkeit verleiht. [Siehe etwa A. C. CROMBIES Augustine to Galileo (London: Falcon Press, 1952), S. 82 oder 244]. Dies kann für gegeneinander bewegte Bezugssysteme nicht stimmen. Die Koordinatensysteme, für die es stimmt, müssen dann einen bevorzugten Bewegungszustand besitzen.
9) E. MACH, Die Mechanik (Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1976, Kap. 3, Abschn. 3. (Das Buch erschien erstmals 1893; WIGNER zitiert eine englische Ausgabe, L.J.)
10) Siehe Fußnote 5.
11) Siehe Fußnote 6.

12) V. FocK, *The Theory of* Space, *Time and Gravitation* (New York: Pergamon Press, 1959). [Siehe auch A.KRETSCHMAN, Ann. *Phys.,* 53, 575 (1917), L.J.]

13) Für die starke Wechselwirkung siehe Y. NE'EMAN, *Nucl. Phys.,* 26, 222 (1961) und M. GELL-MANN, *Phys. Rev.,* 125, 1067 (1962). Für die schwache Wechselwirkung, R. P. FEYNMAN und M. GELL-MANN, *Phys. Rev.,* 109, 1960 (1958); ebenso J. J. SAKURAI, *Nuovo* Cimento, 7, 649 (1958), und G. S. GERSHTEIN und A. B. ZELDOVITCH, *J. Exptl. Theoret. Phys. USSR,* 29, 698 (1955).

14) Für das Baryonen-Erhaltungsgesetz und die starke Wechselwirkung wurde dies von dem Autor dieses Artikels vorgeschlagen, Proc. *Am.* Phil. Soc., 93, 521 (1949), und *Proc.* Nat. Acad. Sci., 38, 449 (1952). Das Baryonen-Erhaltungsgesetz wurde zuerst von E. C. STUECKELBERG postuliert, *Heiv. Phys.* Acta, 11, 299 (1938).

15) Zum experimentellen Nachweis dieser und anderer Erhaltungssätze siehe G. FEIN-BERG und M. GOLDHABER, Proc. Nat. Acad. Sei., 45, 1301 (1959). Das Leptonen-Erhaltungsgesetz wurde von G. MARX in den Acta *Phys. Hung.,* 3, 55 (1953) vorgeschlagen; siehe auch A. B. ZELDOVITCH, *Dokl. Akad. Nauk. USSR,* 91, 1317 (1953) und E. J. KoNOPINSKI und H. M. MAHMMOUD, *Phys. Rev. 92,* 1045 (1953). Es scheint fest etabliert worden zu sein von T. D. LEE und C. N. YANG, Phys. Rev., 105, 1671 (1957). Siehe auch FERMIS Beobachtung, erwähnt von C. N. YANG und J. TIOMNO, *Phys.* Rev., 79, 497 (1950).

16) Für die Baryonen-Erhaltung und die starke Wechselwirkung wurde darauf nachdrücklich in einem sehr interessanten Artikel von J. J. SAKURAI, Arm. *Phys. (N. Y.),* 11, 1 (1960) hingewiesen. Was die Erhaltung der Leptonen angeht, siehe G. MARX, *Z. Natur-forsch.,* 9a, 1051 (1954).

17) Siehe Fußnote 15.

18) M. L. GOLDBERGER, *Phys. Rev.,* 99, 979 *(1955);* M. GELL-MANN und M.L. GOLDBERGER, *Phys. Rev.* 96, 1433 (1954). Siehe auch M. L. GOLDBERGER und K. M. WATSON, Collision *Theory* (New York: John Wiley and Sons, 1964), Kap. 10.